NETANYA ACADEMIC COLLEGE
16 Kibutz-Galuyot St.
Kiryat Yitzhak Rabin
NETANYA 42365, ISRAEL

המכללה האקדמית נתניה
רח' קיבוץ גלויות 16
קרית יצחק רבין
נתניה 42365

מבחן סיכום באלגוריתמים ב' - מועד א' 2.7.03

- מספר המחברת שלך הוא ___________________________ .
- בבחינה 9 דפים כולל דף הפתיחה, יש לוודא **עכשיו** כי כל הדפים בידיך.
- בבחינה 4 שאלות, יש לפתור את כל השאלות.
- יש לקרוא כל שאלה היטב, הבנת השאלות היא חלק מן המבחן.
- כל חומר עזר מותר, מותר להשתמש במחשבונים.
- משך הבחינה שלוש שעות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במקרה הצורך אפשר להשתמש גם במחברת.

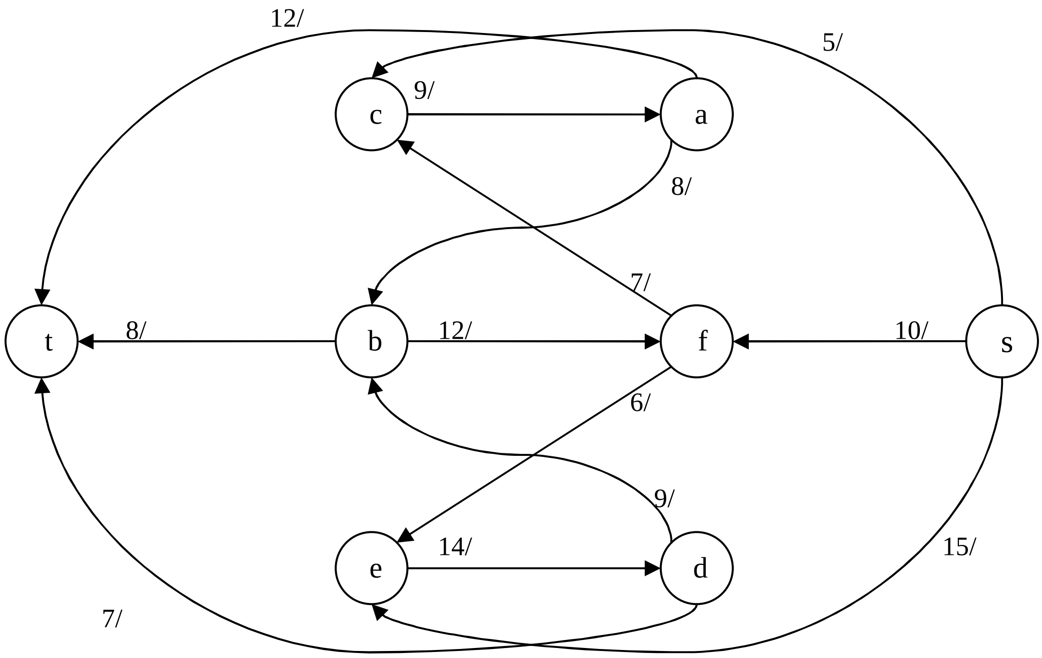
שאלה 1	
שאלה 2	
שאלה 3	
שאלה 4	
סך הכל	

בהצלחה!!

Fax: (972-9) 8844439 **פקס:** **Tel:** (972-9) 8607777 **טל:**

<u>שאלה מספר 1 (30 נקודות)</u>

נתונה רשת זרימה המספר הרשום ליד כל קשת הוא קיבול הקשת.



עליכם לענות על השאלות הבאות

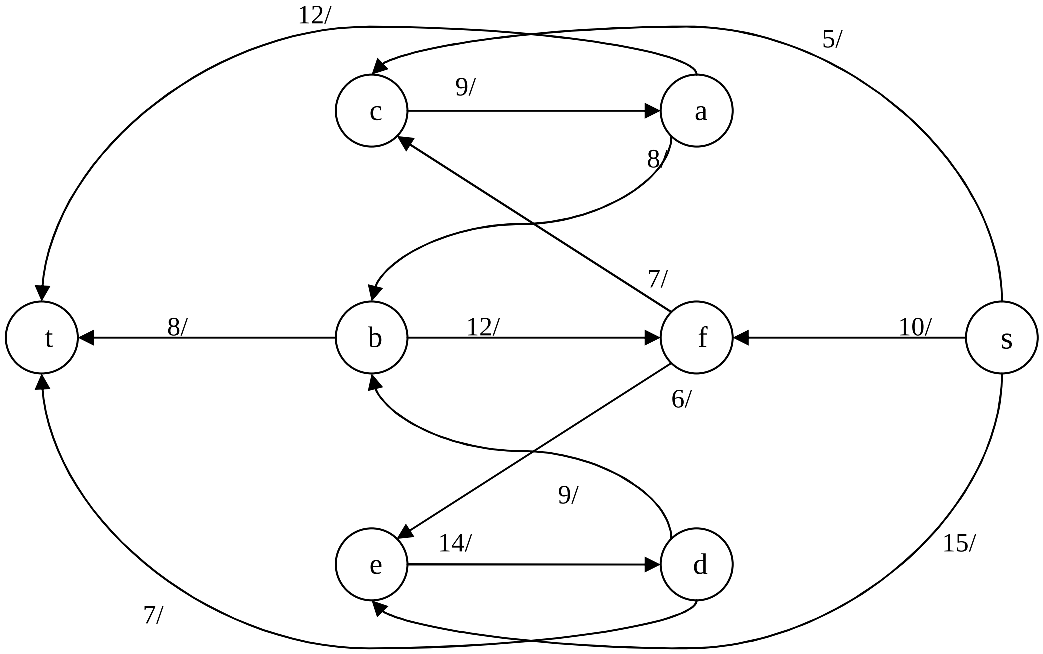
1.1 הציגו סדרת מסלולי שיפור המכילה לפחות קשת אחורית אחת.

הדרכה: 1. ציינו כל מסלול שיפור כסדרה של צמתים. לכל מסלול שיפור α : ציינו מהי תוספת הזרימה לרשת

המתקבלת תוך שימוש במסלול α.

2. בסעיף זה אין צורך לחשב זרימה כוללת מכסימלית.

1.2 השתמשו בשרטוט הנוסף כדי לחשב את הזרימה הכוללת המירבית וכדי להציג את אחד החתכים המינימליים ברשת.



הזרימה הכוללת המירבית ברשת היא ______________________

החתך המינימלי שזיהיתם הוא:

הדרכה: אפשר לציין את החתך המינימלי כקבוצת הצמתים S או כקבוצת הקשתות המתאימה.

1.3 השאלה בסעיף זה מתייחסת להגדרה הבאה:

הגדרה: תהי $G(V,E,c,s,t)$ רשת זרימה, תהי f פונקצית זרימה חוקית ב G ויהי α מעגל מכוון ברשת, כאשר $\alpha = u_1, u_2, ..., u_l, u_{l+1}$ ו $u_{l+1} = u_1$. נאמר כי f **משרה זרימה חיובית** ב α, אם הזרימה בכל קשתות המעגל α גדולה מ 0, כלומר: לכל $e_i = (u_i, u_{i+1})$ ($i = 1,...,l$), $f(e_i) > 0$.

הוכיחו את הטענה הבאה:

תהי $G(V,E,c,s,t)$ רשת זרימה, תהי f פונקצית זרימה חוקית ב G אם ב G יש מעגל α שבו f משרה זרימה חיובית, אזי קיימת פונקציית זרימה חוקית ב G, f_m, אשר אינה משרה זרימה חיובית באף מעגל ב G ומתקיים: הזרימה הכוללת המושרה על ידי f שווה לזרימה הכוללת המושרה ע"י f_m, כלומר

$$F(f) = F(f_m)$$

<u>הוכחה (במידת הצורך המשיכו את ההוכחה מצידו השני של הדף):</u>

<u>שאלה מס׳ 2 (25 נקודות)</u>

נתונה בעיית ההכרעה הבאה :

קלט: גרף לא מכוון

פלט: 1 - אם קיים בגרף מעגל שארכו זוגי.

2 - אחרת.

עליכם לתאר אלגוריתם, יעיל ככל האפשר לפתרון הבעיה.

2.1 תארו את האלגוריתם באופן מילולי

2.2 תארו את האלגוריתם בעזרת קוד דמה

2.3 נמקו בקצרה את נכונות האלגוריתם.

2.4 מהי סיבוכיות הזמן של האלגוריתם, נמקו תשובתכם בקצרה.

2.5 הציגו חסמים לסיבוכיות הבעיה, נמקו תשובתכם בקצרה.

<u>שאלה מספר 3 (25 נקודות)</u>

יהי $G(V,E)$ גרף לא מכוון וקשיר ובו לפחות **שלושה** צמתים, יהי $T(V,E')$ עץ DFS של G ויהי r השורש של T.

הגדרה: ענף בעץ T הוא מסלול משורש העץ עד לאחד העלים שלו.

הגדרה: גרף $G(V,E)$ הוא **פריק** אם ב G יש לפחות **צומת הפרדה** אחד. G הוא **אי-פריק** אם ב G אין אף צומת הפרדה.

עבור כל אחת מן הטענות הבאות ציינו אחת מן האפשרויות הבאות:

1. הטענה נכונה **תמיד**. במקרה זה יש להביא **דוגמא** לקיום הטענה.
2. הטענה נכונה **לפעמים**. במקרה זה יש להביא **דוגמא** ל**קיום הטענה** וגם **דוגמא** ל**אי קיום הטענה.**
3. הטענה **אף פעם** אינה נכונה במקרה זה יש להביא **דוגמא** ל**אי קיום הטענה.**

<u>טענה 1</u>: אם G פריק אז ב - T יש צומת שדרגתו גדולה מ 2.

תמיד	לפעמים	אף פעם

דוגמא חיובית **דוגמא שלילית**

<u>טענה 2</u>: אם ב G יש קשת אחורית אחת, ומספר העלים של T גדול מ1, אזי G הוא אי-פריק.

תמיד	לפעמים	אף פעם

דוגמא חיובית **דוגמא שלילית**

<u>טענה 3</u> : אם $\deg_T(r) = 4$ אזי ב T יש בדיוק 4 רכיבים אי-פריקים.

תמיד	לפעמים	אף פעם

דוגמא חיובית **דוגמא שלילית**

<u>טענה 4</u> : אם $\deg_T(r) > 1$, אזי יש ב G צומת v ועץ DFS T_v כאשר השורש של T_v הוא הצומת ב v ו r הוא צומת ביניים ב T_v.

תמיד	לפעמים	אף פעם

דוגמא חיובית **דוגמא שלילית**

<u>שאלה מס' 4 (25 נקודות)</u>

שבב סיליקון מהווה מעגל חשמלי ובו מספר (גדול מאוד) של **רכיבים אלקטרוניים** אשר מחוברים במוליכים עשויים **ממתכת**. **גרף החיבורים** של שבב סיליקון, הוא **גרף לא מכוון וממושקל**. כל **צומת** בגרף מסמל **רכיב אלקטרוני**. כל **קשת** בגרף מסמלת **חיבור בין שני רכיבים**. המשקל של כל קשת מייצג את האורך של החיבור במיקרונים (1Micron=10^{-6}M). ידוע כי גרף עבור כל שבב, גרף החיבורים $G(V,E,w)$ הוא **גרף מישורי** המקיים $|E|<4|V|$.

בכל שבב, אם רוצים להבטיח חיבור ברמה גבוהה בין שני רכיבים, יש להשתמש ב**מוליך זהב**. אם רכיב v_1 מחובר במוליך זהב לרכיב v_2 ורכיב v_2 מחובר במוליך זהב לרכיב v_3, אז מובטח גם **חיבור מהיר** בין v_1 ל v_3. במלים אחרות: מסלול בגרף החיבורים אשר כל קשתותיו הן **חיבורים מהירים** מהווה חיבור מהיר בין **כל הרכיבים על המסלול.**

בשבב Patholomeus (השם אינו חשוב) יש להבטיח כי כל אחד מן הרכיבים מחובר בחיבור מהיר לרכיב אלקטרוני Patholomeus init המשמש לאתחול. חברת B.N.E המתכננת את הרכיב, רוצה לחסוך בעלות השבב ולהשתמש ב**כמות מינימלית של זהב** לצורך הבטחת החיבור המהיר המבוקש.

בשאלה זו, עליכם להתמודד עם הבעיה החישובית הבאה:

קלט: גרף החיבורים $G(V,E,w)$ של רכיב Patholomeus.

צומת $v\in V$ המייצג את הרכיב האלקטרוני Patholomeus Init .

גרף הקלט מיוצג בשיטת **רשימת שכנויות** .

פלט: קבוצת קשתות $F\subseteq E$ בעלת עלות מינימלית **כוללת**, אשר מבטיחה חיבור מהיר בין הרכיב Patholomeus Init לבין כל שאר הרכיבים של השבב .

בהקשר זה, יש לענות על השאלות הבאות:

4.1 תארו במלים את האלגוריתם.

4.2 הציגו את האלגוריתם בקוד דמה.

4.3 נמקו את נכונות האלגוריתם.

4.4 מהי סיבוכיות האלגוריתם, נמקו תשובתכם.

4.5 הציגו חסמים ל**סיבוכיות הבעיה**?